crític que mancava en la teoria de l'evolució de Schramm-Loewner, un mètode important recentment desenvolupat en física estadística.

En un altre èxit important, Smirnov utilitza mètodes similars per a entendre el model d'Ising, que descriu fenòmens com el magnetisme, el moviment dels gasos, el processament d'imatges o l'ecologia. Exactament igual que amb la percolació, els comportaments a gran escala d'aquests fenòmens estan determinats pel seu comportament probabilístic a petita escala. Considerem, per exemple, el magnetisme: els àtoms en un tros de ferro es comporten com imants en miniatura, amb els electrons que es mouen al voltant del nucli i creen un camp magnètic en miniatura. Els àtoms intenten atreure els seus veïns cap a la seva pròpia alineació. Quan suficients àtoms tenen els seus pols nord apuntant cap a la mateixa direcció, el ferro en el seu conjunt es magnetitza. Els matemàtics modelitzen això mitjançant la col·locació dels àtoms en els nodes d'una malla, amb regles estadístiques que determinen quan estan alineats amb els pols nord apuntant cap amunt o cap avall.

Igual que el model de percolació, el model d'Ising pateix també una transició de fase: a mesura que s'escalfa el ferro, els àtoms vibren més ràpidament, i si s'escalfa per sobre d'un cert punt, les vibracions són tan fortes que els àtoms veïns de sobte deixen d'estar alineats els uns amb els altres i la peça en conjunt comença a perdre el seu magnetisme.

Les mateixes preguntes que preocupen els matemàtics i els físics en percolació s'apliquen també al model d'Ising. La malla ha de ser molt fina, ja que s'està operant al nivell atòmic. Així doncs, a mesura que la malla es fa més i més fina, el model convergeix cap a una versió infinitament fina, un *scaling limit*? D'altra banda, com afecta la forma de la malla al punt crític i a altres propietats? I què passa si estirem o encongim la malla sense canviar els angles, canvia l'*scaling límit*?

Per a aquest model, també, Smirnov va ser capaç de demostrar que els models convergeixen cap a un *scaling limit* a mesura que la malla es fa més fina, i que no es veuen afectats per estiraments o encongiments, és a dir, que són invariants conformes. Després, juntament amb Dmitry Chelkak, va establir la universalitat, estenent els resultats a una àmplia gamma de malles. També ha fet un treball important en anàlisi i sistemes dinàmics. La seva obra seguirà enriquint les matemàtiques i la física en el futur.

Julie Rehmeyer

Cédric Villani, École Normale Supérieure de Lyon, França

For his proofs of nonlinear Landau damping and convergence to equilibrium for the Boltzmann equation.

Cédric Villani ha creat una profunda base matemàtica per a una gran varietat de fenòmens físics. Al centre de gran part de la seva obra s'hi troba la seva profunda interpretació matemàtica del concepte físic d'*entropia*, que ha aplicat per solucionar grans problemes inspirats en la física. A més, els seus resultats han alimentat de nou les matemàtiques, enriquint ambdós camps, a través de la connexió.

Villani va començar la seva carrera matemàtica reexaminant una de les teories més impactants i controvertides de la física del segle XIX. El 1872, Ludwig Boltzmann va estudiar què passa quan es treu el tap d'un recipient ple de gas i el gas s'estén per tota l'habitació. Boltzmann va explicar el procés mitjançant el càlcul de la probabilitat que una molècula de gas estigui en un lloc determinat amb una velocitat particular, en qualsevol moment en particular —abans que la teoria atòmica de la matèria fos àmpliament acceptada. I és més impactant encara que la seva equació creés una *fletxa del temps*.

La qüestió era la següent: quan les molècules reboten entre si, les seves interaccions són regulades per les lleis de Newton, que són perfectament reversibles en el temps; és a dir, en principi, es podria aturar el temps, enviar totes les molècules endarrere en les direccions de les quals provenen, i es comprimirien de nou dins el recipient. Però, l'equació de Boltzmann no és reversible en el temps. Les molècules gairebé sempre van d'un estat de major ordre (per exem-

ple, tancades en el recipient) a menor ordre (per exemple, escampades per l'habitació). O, més tècnicament, l'entropia augmenta.

Durant les dècades següents, els físics es van haver de resignar a l'emergència de l'entropia de les lleis reversibles en el temps i, de fet, l'entropia es va convertir en una eina clau de la física, la teoria de la probabilitat i la teoria de la informació. Una pregunta fonamental, però, va quedar sense resposta: amb quina rapidesa augmenta l'entropia? Experiments i simulacions numèriques podien proporcionar estimacions aproximades, però no es tenia una comprensió profunda del procés.

Villani, juntament amb els seus col·laboradors Giuseppe Toscani i Laurent Desvillettes, va desenvolupar els fonaments matemàtics necessaris per a obtenir una resposta rigorosa, fins i tot quan el gas parteix d'un estat altament ordenat que té un llarg camí per recórrer fins a assolir el seu estat d'equilibri desordenat. El seu descobriment va tenir una implicació completament inesperada: si bé l'entropia sempre augmenta, de vegades ho fa ràpidament i de vegades més lentament. A més, els seus treballs posen de manifest certes connexions entre l'entropia i altres àrees de les matemàtiques aparentment sense relació, com la desigualtat de Korn en la teoria de l'elasticitat.

Després d'assolir aquesta fita, Villani va dirigir el seu profund coneixement de l'entropia cap a una altra teoria, també inicialment controvertida. El 1946, el físic soviètic Lev Davidovich Landau va fer una afirmació al·lucinant: en certes circumstàncies, un fenomen pot acostar-se a l'equilibri sense augmentar l'entropia.

En un gas, els dos fenòmens van sempre junts. El gas s'apropa a l'estat d'equilibri i es difon per tota l'habitació, perdent qualsevol ordre que tingués inicialment i augmentant l'entropia el màxim possible. Però el plasma de Landau, una forma de la matèria semblant al gas, que conté tanta energia que els electrons es mantenen allunyats dels àtoms, és una història molt diferent. En el plasma, les partícules carregades que suren lliurement creen un camp elèctric que, al seu torn, influeix en el seu propi moviment. Això significa que, a diferència de les partícules en un gas, que afecten únicament el moviment de les partícules veïnes amb qui col·lisionen, les partícules de plasma influeixen també en el moviment de les partícules llunyanes que mai toquen. Això significa que l'equació de Boltzmann per als gasos no funciona, i enlloc seu s'ha de prendre l'equació de Vlasov-Poisson, que és reversible en el temps i, per tant, no implica un augment de l'entropia.

No obstant això, el plasma, com el gas, s'estén i s'acosta a un estat d'equilibri. Es creia que això passava només per les col·lisions entre àtoms. Però Landau va argumentar que, fins i tot sense col·lisions, el plasma es mouria cap a l'equilibri a causa de la disminució del camp elèctric. Ho va demostrar també, però només per a una aproximació lineal simplificada de l'equació de Vlasov-Poisson.

Malgrat la gran quantitat d'estudis durant les següents sis dècades, poc s'ha avançat en la comprensió de per què es produeix aquest estat d'equilibri, o en la demostració de l'afirmació de Landau per l'equació de Vlasov-Poisson completa. L'any passat, Villani, en col·laboració amb Clément Mouhot, finalment va arribar a un coneixement profund del procés i va demostrar el principi de Landau.

Una tercera àrea important del treball de Villani inicialment semblava no tenir res a veure amb l'entropia —fins que Villani hi va trobar connexions profundes que van transformar el camp. Es va involucrar en la teoria del transport òptim, que havia sorgit d'una pregunta ben pràctica: suposem que tenim un conjunt de mines i un conjunt de fàbriques, a diferents llocs, amb diferents costos per a moure el mineral de cada mina en particular a cada fàbrica en particular. Quina és la manera més barata de transportar el mineral?

Aquest problema va ser estudiat per primera vegada pel matemàtic francès Gaspard Monge el 1781 i redescobert pel matemàtic rus Leonid Kantorovich el 1938. El treball de Kantorovich sobre aquest problema va fer florir tot un camp de recerca nou (la programació lineal), li va valer el Premi Nobel d'Economia el 1975, i es va estendre en una notable varietat d'àrees, incloent la meteorologia, els sistemes dinàmics, la mecànica de fluids, les xarxes de reg, la reconstrucció d'imatges, la cosmologia, la col·locació d'antenes reflectores i, en l'últim parell de dècades, les matemàtiques.

Villani i Felix Otto van fer una de les connexions fonamentals quan es van adonar que la difusió d'un gas podria ser entesa en l'àmbit del transport òptim. Una configuració inicial de

les partícules de gas pot considerar-se com les mines, i una configuració posterior es pot veure com les fàbriques. (Més precisament, es tracta de la distribució de probabilitat de les partícules en cada cas.) Com més lluny s'hagin de moure les partícules de gas per anar d'una configuració a una altra, major serà el cost.

Llavors, hom pot imaginar cadascuna d'aquestes configuracions possibles com corresponent a un punt en un paisatge muntanyós abstracte. La distància entre dos punts es defineix com el cost de transport òptim, i l'altura de cada punt es defineix per l'entropia (els punts baixos amb entropia alta). Això li donà una manera d'entendre el que succeeix quan un gas s'escampa per una habitació: és com si el gas rodés pels vessants d'aquest terreny abstracte, amb les seves configuracions canviants segons s'especifica en els punts del seu camí pendent avall.

Suposem ara que hi ha un ventilador bufant a la sortida del recipient del gas, de manera que aquest no es propaga de manera uniforme mentre es difon. Matemàticament, això pot ser modelat distorsionant o corbant l'espai en què el gas s'està estenent. Villani i Otto es van adonar que la curvatura de l'espai on el gas es propaga es tradueix en la topografia del paisatge abstracte. Aquesta connexió els va permetre aplicar el seu ric coneixement matemàtic sobre curvatura (en particular, la curvatura de Ricci, que va ser fonamental en la solució recent de la conjectura de Poincaré) per a respondre preguntes sobre transport òptim.

D'altra banda, Villani i John Lott van ser capaços d'aprofitar aquests enllaços amb el transport òptim per a desenvolupar encara més la teoria de la curvatura. Per exemple, els matemàtics no havien trobat la manera de definir la curvatura de Ricci en algunes situacions, com per exemple una cantonada aguda. Villani i Lott (i al mateix temps, utilitzant eines complementàries, Karl-Theodor Sturm) van ser capaços d'utilitzar la connexió amb el transport òptim per a oferir una definició i aprofundir en la comprensió matemàtica de la curvatura. Aquesta profunditat en el desenvolupament de noves connexions entre diferents àrees és típica dels treballs de Villani.

Julie Rehmeyer

Premi Nevanlinna 2010: Daniel Spielman, Universitat de Yale, EUA

For smoothed analysis of Linear Programming, algorithms for graph-based codes and applications of graph theory for Numerical Computing.

La programació lineal (LP) és una de les eines més útils en la matemàtica aplicada. Es tracta bàsicament d'una tècnica per a l'optimització d'una funció objectiu subjecta a restriccions lineals d'igualtat i de desigualtat. Potser l'algorisme més antic per a la LP (un algorisme és una seqüència finita d'instruccions per a resoldre un problema computacional; és com un programa d'ordinador) és el que es coneix com el *mètode símplex*. L'algorisme símplex va ser ideat per George Dantzig el 1947, i és extremadament popular per a resoldre numèricament problemes de programació lineal, fins i tot avui en dia. En termes geomètrics, les restriccions defineixen un políedre convex en un espai de dimensió alta i l'algorisme símplex arriba al punt òptim passant d'un vèrtex del políedre a un altre vèrtex veí.

El mètode funciona molt bé en la pràctica, tot i que en el pitjor dels casos (per a *inputs* construïts artificialment) l'algorisme necessita un temps exponencial. Per tant, entendre la complexitat de la LP i la de l'algorisme del símplex han estat grans problemes de la informàtica teòrica. Els matemàtics han estat intrigats per l'eficàcia general del mètode del símplex a la pràctica i han intentat durant molt de temps establir aquest fet com un teorema matemàtic. Si bé l'anàlisi del cas pitjor és una eina eficaç per a estudiar la dificultat d'un problema, no ho és per a estudiar la realització pràctica d'un algorisme. Una alternativa és l'anàlisi del cas mitjà, on es fa una mitjana dels temps necessaris per a tots els *inputs* d'una determinada mida. Però els casos reals que sorgeixen en la pràctica, poden ser diferents del cas mitjà. Així, l'anàlisi del cas mitjà no sempre és adequada.